



Insegnamento	<b>Meccanica Computazionale delle Strutture</b> (6 CFU)
Anno 1°	Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile
Docente:	<b>Roberto Brighenti</b>
Tel.	0521 905910 fax 0521 905923
e-mail:	<a href="mailto:brigh@unipr.it">brigh@unipr.it</a>
home page:	<a href="https://www.brighenti.unipr.it">https://www.brighenti.unipr.it</a>

### Finalità

Il Corso si propone di fornire alcuni elementi di meccanica computazionale, con particolare riferimento alle metodologie di calcolo automatico applicate all'analisi di strutture generiche.

### Programma

Fondamenti di meccanica computazionale. La modellazione strutturale.

#### Introduzione al calcolo numerico

Soluzione numerica di equazioni non lineari, soluzione numerica di sistemi lineari, autovalori e autovettori di una matrice, interpolazione di funzioni, integrazione (quadratura) di funzioni, soluzione numerica di equazioni differenziali.

#### Fondamenti dei metodi variazionali

Formulazione forte e debole di un problema differenziale. Condizioni al contorno essenziali e naturali. Principi variazionali. Teorema dei lavori virtuali. Soluzione polinomiale approssimata. Metodo di Bubnov-Galerkin.

Formulazione generale del metodo degli elementi finiti: forma differenziale e forma integrale.

Principio di minimo dell'energia potenziale totale. Approssimazione del campo di spostamenti. Applicazione del metodo di Rayleigh-Ritz alle travi e alle piastre inflesse. Il metodo degli elementi finiti come sottoclasse dei metodi variazionali.

#### Metodi residuali

I metodi dei residui pesati. Metodo dei sottodomini, metodo della collocazione, metodo dei minimi quadrati, metodo di Galerkin. Il metodo degli elementi finiti come sottoclasse dei metodi dei residui pesati.

#### Fondamenti del metodo degli elementi finiti

Equazioni algebriche di equilibrio statico, dinamico e con coazioni di un sistema strutturale discretizzato con gli EF. Calcolo della matrice di rigidezza  $\mathbf{K}$  e del vettore dei termini noti  $\mathbf{f}$ . Assemblaggio della matrice di rigidezza globale della struttura. Trattamento e classificazione delle condizioni al contorno: lineari e non lineari, *single freedom constraints*, *multi freedoms constraints*. Metodo *master-slave*, metodo *penalty*, metodo dei moltiplicatori di Lagrange.

#### Elementi finiti isoparametrici

Scelta dell'elemento finito e delle funzioni di forma. Costruzione delle funzioni di forma locali e globali e delle loro derivate. Esempi per funzioni di forma lineari. Elementi finiti isoparametrici: definizione e condizioni di convergenza. Generazione di elementi finiti isoparametrici di tipo Lagrangiano e Serendipity. Completezza delle funzioni di forma.

#### Elementi finiti isoparametrici mono, bi e tridimensionali.

Integrazione numerica: formula del cambio di variabili in 1D, 2D, 3D. Formula del trapezio e di Simpson. Formula di Gauss. Accuratezza integrazione numerica. Formula di Gauss in 2D e 3D. Esempi. Calcolo del numero minimo di punti di integrazione nel caso 2D.

#### Principi dell'uso degli elementi finiti in ambito non-lineare

Analisi agli autovalori: problema dell'instabilità dell'equilibrio (rigidezza geometrica), modi propri di vibrare di una struttura (matrice di massa). Problemi di non linearità di materiale in analisi statiche e dinamiche.

#### Approfondimenti del metodo degli elementi finiti



Condizioni di convergenza del metodo degli EF. Errori dei metodi computazionali. Mal condizionamento e numero di condizionamento di una matrice. Cause di malcondizionamento. *Scaling* di una matrice. Convergenza del metodo degli elementi finiti: Completezza, compatibilità, stabilità. Il *Patch Test*. Condizione di Babuška-Brezzi. Sovrastima della rigidezza, accuratezza della soluzione, integrazione ridotta, hourglass, materiali incompressibili.

Analisi della struttura del diagramma di flusso di un semplice programma agli elementi finiti. Sottostrutturazione. Post-processamento dei risultati.

### **Elementi finiti nella meccanica dei solidi e delle strutture**

Elementi finiti per elementi strutturali monodimensionali: elementi biella (truss), trave alla Bernoulli ed alla Timoshenko (beam). Elementi finiti per elementi strutturali bidimensionali: elementi in stato piano di sforzo, di deformazione ed assialsimmetrici, elementi piani lastra (shell), elementi piani inflessi alla Kirchhoff e alla Mindlin (plate). Elementi finiti per elementi strutturali tridimensionali: elementi solidi in materiale isotropo ed ortotropo.

### **Esercitazioni**

Utilizzo e sviluppo di semplici programmi di calcolo per l'analisi di problemi strutturali.

### **Applicazioni** : modellazione numerica di strutture generiche

Utilizzo di software ad elementi finiti per la modellazione di semplici strutture ed applicazioni per la soluzione di problemi di meccanica dei solidi. Prove di convergenza delle soluzioni. Analisi ed interpretazione critica dei risultati, valutazione della precisione delle analisi.

### **Attività di esercitazione**

Durante il Corso verranno svolte delle esercitazioni teoriche e pratiche al calcolatore per permettere agli allievi di impadronirsi delle metodologie di progettazione strutturale illustrate durante le lezioni.

### **Modalità d'esame**

L'esame consiste nello svolgimento di una esercitazione individuale relativa all'implementazione e/o all'applicazione del metodo degli Elementi Finiti ed in una prova orale.

### **Propedeuticità**

Analisi A-B, Analisi C, Geometria, Meccanica Razionale, Scienza delle Costruzioni.

### **Testi consigliati**

1. R. Brighenti. "Analisi numerica dei solidi e delle strutture: introduzione al metodo degli elementi finiti", Esculapio Editore, III Ed., 2019.
2. Cook, R.D., Malkus D.S., Plesha, M.E.: "Concept and application of finite element analysis", 4<sup>th</sup> edition, John Wiley & Sons, 2002.
3. Zienkiewicz, O.C.: "The finite element method", Mc Graw-Hill, 2000.
4. Corradi dell'Acqua, L.: "Meccanica delle strutture", Vol. 1,2 e 3, Mc Graw-Hill, 1995.

### **Testi di approfondimento**

5. Hughes, T.J.R.: "The finite element method. linear static and dynamic finite element analysis", Prentice Hall, 1987.
6. Owen, D.R.J., Hinton, E.: "Finite elements in plasticity", Pineridge Press, 1980.
7. Bathe, K.J., "Finite element procedures", Prentice Hall, 1996.